

แผนการจัดการเรียนรู้

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

หน่วยการเรียนรู้ ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

เรื่อง การประยุกต์ของฟังก์ชันลอการิทึม

เวลา 1 ชั่วโมง

ผลการเรียนรู้

แก้สมการเอกซ์โพเนนเชียลและสมการลอการิทึม และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

สาระสำคัญ

การนำความรู้เรื่องฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึมไปใช้ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชันลอการิทึมไปใช้ในการแก้ปัญหาได้

สาระการเรียนรู้

ระดับเสียง (sound level) เป็นการเปรียบเทียบความเข้มเสียงนั้นกับความเข้มเสียงที่เบาที่สุดที่มนุษย์ได้ยิน เนื่องจากความเข้มเสียงที่มนุษย์ได้ยินอยู่ในช่วง 10^{-12} วัตต์ต่อตารางเมตร ถึง 1 วัตต์ต่อตารางเมตร ดังนั้นในการจัดลำดับความเข้มเสียงจึงนิยมใช้ระดับเสียงเป็นตัวบอกความดังของเสียงแทนความเข้มของเสียง ซึ่งสามารถคำนวณได้ดังนี้

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

| | | | |
|-------|---------|-----|--|
| เมื่อ | β | แทน | ระดับเสียงมีหน่วยเป็นเดซิเบล |
| | I | แทน | ความเข้มเสียงที่ต้องการวัดมีหน่วยเป็นวัตต์ต่อตารางเมตร |
| | I_0 | แทน | ความเข้มเสียงที่หูคนปกติเริ่มได้ยิน ซึ่งเท่ากับ 10^{-12} วัตต์ต่อตารางเมตร |

ตัวอย่างที่ 1 เครื่องบินไอพ่นขณะกำลังบินขึ้นสู่ท้องฟ้ามีความเข้มเสียง 100 วัตต์ต่อตารางเมตร จงหาระดับเสียงของเครื่องบินไอพ่น

วิธีทำ จาก $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$

ในที่นี้ $I = 100$

จะได้ $\beta = 10 \log \frac{100}{10^{-12}}$

$$= 10 \log 10^{14}$$

$$= 140$$

ดังนั้น ระดับเสียงของเครื่องบินไอพ่นเท่ากับ 140 เดซิเบล

ระดับความเป็นกรด – เบส ระดับความเป็นกรด – เบส (pH) ของสารละลายสามารถคำนวณได้ ดังนี้

$$\text{pH} = -\log[\text{H}_3\text{O}^+]$$

เมื่อ pH แทน ระดับความเป็นกรด – เบสของสารละลาย

$[\text{H}_3\text{O}^+]$ แทน ความเข้มข้นของไฮโดรเจนไอออนมีหน่วยเป็นโมลต่อลิตร
โดยสารละลายที่มี

ค่า pH เท่ากับ 7 เป็นสารละลายที่มีสมบัติเป็นกลาง

ค่า pH น้อยกว่า 7 เป็นสารละลายที่มีสมบัติเป็นกรด

ค่า pH มากกว่า 7 เป็นสารละลายที่มีสมบัติเป็นเบส

ตัวอย่างที่ 2 ตัวอย่างเลือดของชายคนหนึ่งมีความเข้มข้นของไฮโดรเจนไอออน เท่ากับ 3.16×10^{-8} โมลต่อลิตร จงหาค่า pH พร้อมทั้งระบุความเป็นกรด – เบสของตัวอย่างเลือดนี้

วิธีทำ จาก $\text{pH} = -\log[\text{H}_3\text{O}^+]$

ในที่นี้ $[\text{H}_3\text{O}^+] = 3.16 \times 10^{-8}$

จะได้ $\text{pH} = -\log(3.16 \times 10^{-8})$

$$= -\log 3.16 + 8$$

$$\approx 7.5$$

เนื่องจาก pH มากกว่า 7 ดังนั้น ตัวอย่างเลือดมีสมบัติเป็นเบส

กระบวนการจัดการเรียนรู้

- 1) ครูทบทวนการเปิดใช้เมนูคำนวณ (1: Calculate) จากเครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz โดยใช้การถาม – ตอบ เช่น Log และ การยกกำลังต้องกดปุ่มใด เป็นต้น
- 2) ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับสมบัติต่าง ๆ ของลอการิทึมว่ามีอะไรบ้าง
- 3) ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายว่า เราสามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชันลอการิทึมไปประยุกต์ใช้ในชีวิตจริงได้อย่างไรบ้าง พร้อมยกตัวอย่างประกอบ
- 4) ครูอธิบายให้นักเรียนทราบว่าเราสามารถนำความรู้เรื่องฟังก์ชันลอการิทึมไปใช้ในชีวิตจริงได้ โดยนำไปประยุกต์เกี่ยวกับการคำนวณทางวิทยาศาสตร์ เช่น การวัดความเข้มของเสียงและระดับความเป็นกรด – เบส (pH) ของสารละลาย โดยสามารถคำนวณได้จากความสัมพันธ์ ดังต่อไปนี้

ระดับเสียง (sound level) เป็นการเปรียบเทียบความเข้มเสียงนั้นกับความเข้มเสียงที่เบาที่สุดที่มนุษย์ได้ยิน เนื่องจากความเข้มเสียงที่มนุษย์ได้ยินอยู่ในช่วง 10^{-12} วัตต์ต่อตารางเมตร ถึง 1 วัตต์ต่อตารางเมตร ดังนั้นในการจัดลำดับความเข้มเสียงจึงนิยมใช้ระดับเสียงเป็นตัวบอกความดังของเสียงแทนความเข้มของเสียง ซึ่งสามารถคำนวณได้ดังนี้

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

| | | | |
|-------|---------|-----|--|
| เมื่อ | β | แทน | ระดับเสียงมีหน่วยเป็นเดซิเบล |
| | I | แทน | ความเข้มเสียงที่ต้องการวัดมีหน่วยเป็นวัตต์ต่อตารางเมตร |
| | I_0 | แทน | ความเข้มเสียงที่หูคนปกติเริ่มได้ยิน ซึ่งเท่ากับ 10^{-12} วัตต์ต่อตารางเมตร |

ระดับความเป็นกรด – เบส ระดับความเป็นกรด – เบส (pH) ของสารละลายสามารถคำนวณได้ดังนี้

$$\text{pH} = -\log[\text{H}_3\text{O}^+]$$

| | | | |
|------------------|--------------------------|-----|--|
| เมื่อ | pH | แทน | ระดับความเป็นกรด – เบสของสารละลาย |
| | $[\text{H}_3\text{O}^+]$ | แทน | ความเข้มข้นของไฮโดรเจนไอออนมีหน่วยเป็นโมลต่อลิตร |
| โดยสารละลายที่มี | | | |
| | ค่า | pH | เท่ากับ 7 เป็นสารละลายที่มีสมบัติเป็นกลาง |
| | ค่า | pH | น้อยกว่า 7 เป็นสารละลายที่มีสมบัติเป็นกรด |
| | ค่า | pH | มากกว่า 7 เป็นสารละลายที่มีสมบัติเป็นเบส |

5) ครุยยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาที่มีการประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับฟังก์ชันลอการิทึม ดังนี้

ตัวอย่างที่ 1 เครื่องบินไอพ่นขณะกำลังบินขึ้นสู่ท้องฟ้ามีความเข้มเสียง 100 วัตต์ต่อตารางเมตร จงหาระดับเสียงของเครื่องบินไอพ่น

วิธีทำ จาก $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$

ในที่นี้ $I = 100$

จะได้ $\beta = 10 \log \frac{100}{10^{-12}}$

$$= 10 \log 10^{14}$$

$$= 140$$

ดังนั้น ระดับเสียงของเครื่องบินไอพ่นเท่ากับ 140 เดซิเบล

ตัวอย่างที่ 2 ตัวอย่างเลือดของชายคนหนึ่งมีความเข้มข้นของไฮโดรเจนไอออน เท่ากับ 3.16×10^{-8} โมลต่อลิตร จงหาค่า pH พร้อมทั้งระบุความเป็นกรด – เบสของตัวอย่างเลือดนี้

วิธีทำ จาก $\text{pH} = -\log[\text{H}_3\text{O}^+]$

ในที่นี้ $[\text{H}_3\text{O}^+] = 3.16 \times 10^{-8}$

จะได้ $\text{pH} = -\log(3.16 \times 10^{-8})$

$$= -\log 3.16 + 8$$

$$\approx 7.5$$

เนื่องจาก pH มากกว่า 7 ดังนั้น ตัวอย่างเลือดมีสมบัติเป็นเบส

- 6) ครูและนักเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบโดยใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ช่วยในการตรวจคำตอบ จากนั้นครูให้นักเรียนทำใบกิจกรรมที่ 20 การประยุกต์ของฟังก์ชันลอการิทึม
- 7) ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายและสรุปว่า เราสามารถนำความรู้เรื่องฟังก์ชันลอการิทึมไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ต่าง ๆ ในชีวิตจริงได้อย่างหลากหลาย

สื่อการเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. ใบกิจกรรมที่ 20 การประยุกต์ของฟังก์ชันลอการิทึม
2. เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz
3. หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติมคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เล่ม 2 ของสสวท.

การวัดผลและการประเมินผล

1. ประเมินจากการทำใบกิจกรรมที่ 20
2. ประเมินจากการตอบคำถามของนักเรียน

ใบกิจกรรมที่ 20 การประยุกต์ของฟังก์ชันลอการิทึม

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงวิธีการหาคำตอบของคำถามต่อไปนี้ แล้วใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz ในการตรวจสอบคำตอบ

- 1) รถไฟความเร็วสูงขบวนหนึ่งวิ่งผ่านสถานีรถไฟแห่งหนึ่งโดยวัดระดับเสียงได้เท่ากับ 110 เดซิเบล จงหาว่าความเข้มเสียงของรถไฟความเร็วสูงขบวนนี้เท่ากับเท่าใด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- 2) สารละลายชนิดหนึ่งวัดค่า pH ได้เท่ากับ 8.25 จงหาว่าความเข้มข้นของไฮโดรเจนไอออนในสารละลายชนิดนี้มีค่าเท่าใด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

เฉลยใบกิจกรรมที่ 20 การประยุกต์ของฟังก์ชันลอการิทึม

คำชี้แจง : ให้นักเรียนหาคำตอบโจทย์ปัญหาต่อไปนี้ โดยแสดงวิธีทำให้ถูกต้อง

1) รถไฟความเร็วสูงขบวนหนึ่งวิ่งผ่านสถานีรถไฟแห่งหนึ่งโดยวัดระดับเสียงได้เท่ากับ 110 เดซิเบล จงหาว่าความเข้มเสียงของรถไฟความเร็วสูงขบวนนี้เท่ากับเท่าใด

วิธีทำ จาก $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$

ในที่นี้ $\beta = 110$

จะได้ $110 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}}$

$$11 = \log I - \log 10^{-12}$$

$$11 = \log I + 12$$

$$\log I = -1$$

$$I = 0.1$$

ดังนั้น ความเข้มเสียงของรถไฟความเร็วสูงขบวนนี้เท่ากับ 0.1 วัตต์ต่อตารางเมตร

2) สารละลายชนิดหนึ่งวัดค่า pH ได้เท่ากับ 8.25 จงหาว่าความเข้มข้นโดยประมาณของไฮโดรเจนไอออนในสารละลายชนิดนี้มีค่าเท่าใด

วิธีทำ จาก $\text{pH} = -\log[\text{H}_3\text{O}^+]$

ในที่นี้ $\text{pH} = 8.25$

จะได้ $8.25 = -\log[\text{H}_3\text{O}^+]$

$$-8.25 = \log[\text{H}_3\text{O}^+]$$

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-8.25}$$

$$[\text{H}_3\text{O}^+] \approx 5.62 \times 10^{-9}$$

ดังนั้น ความเข้มข้นโดยประมาณของไฮโดรเจนไอออนในสารละลายชนิดนี้มีค่าเท่ากับ 5.62×10^{-9} โมลต่อลิตร